DNB PONDICHÉRY AVRIL 2010

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES

EXERCICE 1

1. Complétons le tableau

	Garçon	Fille	Total
Externe	**2**	3	**5**
Demi-pensionnaire	9	11	**20**
Total	**11**	**14**	25

2. a) Dans cette classe il y a 14 filles sur 25 élèves, donc la probabilité pour qu'un élève choisi au hasard soit une fille est de $\frac{14}{25}$, soit 56%.
   b) Dans cette classe, il y a 5 externes sur 25 élèves, donc la probabilité pour qu'un élève choisi au hasard soit externe est de $\frac{5}{25}$ soit encore $\frac{1}{5}$, ou 20%.
   c) Dans cette classe, il y a 9 garçons parmi les 20 demi-pensionnaires, donc la probabilité pour qu'un élève choisi au hasard soit un garçon s'il est demi-pensionnaire est de $\frac{9}{20}$, soit 45%.

EXERCICE 2

1. $A=\frac{6}{5}-\frac{17}{14}\div\frac{5}{7}$
   $A=\frac{6}{5}-\frac{17}{14}\times\frac{7}{5}$
   $A=\frac{6}{5}-\frac{17\times7}{2\times7\times5}$
   $A=\frac{6}{5}-\frac{17}{10}$
   $A=\frac{12}{10}-\frac{17}{10}$
   $A=-\frac{5}{10}$

2. $B=\frac{8\times10^8\times1{,}6}{0{,}4\times10^{-3}}$
   $B=\frac{8\times1{,}6}{0{,}4}\times\frac{10^8}{10^{-3}}$
   $B=\frac{8\times1{,}6}{4\times10^{-1}}\times10^{11}$
   $B=2\times1{,}6\times10^{12}$
   $B=3{,}2\times10^{12}$

3. $C=(\sqrt{5}+\sqrt{10})^2-10\sqrt{2}$
   $C=5+2\sqrt{5}\times\sqrt{10}+10-10\sqrt{2}$
   $C=15+2\sqrt{5}\times\sqrt{5}\times\sqrt{2}-10\sqrt{2}$
   $C=15+10\sqrt{2}-10\sqrt{2}$
   C = 15

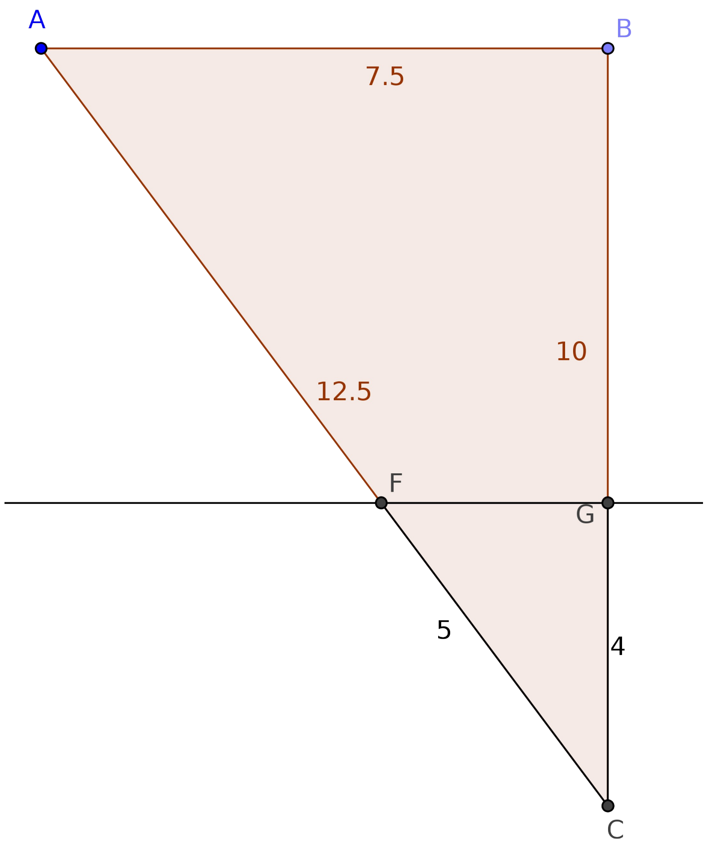
EXERCICE 3

1. Réponse C. Si x = -1, alors $5\times(-1)^2+1=5+1=6$.
2. Réponse A. $(x+3)(2x+4)-2(5x+6)=2x^2+4x+6x+12-10-12=2x^2$.
3. Réponse B. $9x^2-16=(3x)^2-4^2=(3x+4)(3x-4)$.
4. Réponse B. $(x-5)(3x+4)=0$ équivaut à : $x-5=0$ ou $3x+4=0$, soit $x=5$ ou $x=-\frac{4}{3}$.

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES

EXERCICE 1

1. Figure en vraie grandeur.
2. Dans le triangle ABC, le plus long côté est AC.
   $AC^2 = 12{,}5^2 = 156{,}25$
   $AB^2 + BC^2 = 7{,}5^2 + 10^2 = 56{,}25 + 100 = 156{,}25$.
   On constate que $AC^2 = AB^2 + BC^2$ donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en B.
3. Voir figure.
4. Dans le triangle ABC, le point F appartient à [AC] et le point G appartient à [BC].
   D'une part : $\dfrac{CF}{CA} = \dfrac{5}{12{,}5} = \dfrac{2}{5}$
   D'autre part : $\dfrac{CG}{CB} = \dfrac{4}{10} = \dfrac{2}{5}$.
   On constate que $\dfrac{CF}{CA} = \dfrac{CG}{CB}$.
   Les points C, F, A et C, G, B sont alignés dans le même ordre, donc d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (FG) et (AB) sont parallèles.
5. Les droites (AF) et (BG) sont sécantes en C, et les droites (GF) et (AB) sont parallèles. D'après le théorème de Thalès, on a : $\dfrac{CF}{CA} = \dfrac{CG}{CB} = \dfrac{FG}{AB}$
   soit en remplaçant par les valeurs numériques : $\dfrac{4}{10} = \dfrac{FG}{7{,}5}$.
   D'après l'égalité des produits en croix, on obtient : $FG = \dfrac{4}{10} \times 7{,}5$ soit FG = 3 cm.



6. Le triangle ABC est rectangle en B d'après le 1.; donc (AB) $\perp$ (BC).
   d'après le 4., les droites (FG) et (AB) sont parallèles.
   Or, si deux droites sont parallèles, toute perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.
   Donc (FG) $\perp$ (BC).

EXERCICE 2

1. Dans le cône C_1, le rayon R est égal à la longueur OB, soit 4 cm, et la hauteur h est égale à la longueur SO soit 12 cm.
   En remplaçant R et h par ces valeurs dans la formule du volume d'un cône, on obtient :
   $$V = \frac{1}{3} \times \pi \times 4^2 \times 12 = \frac{1}{3} \times \pi \times 16 \times 12 = 64\,\pi.$$
2. a) Le coefficient de réduction est égal au rapport $\dfrac{SO'}{SO} = \dfrac{3}{12} = \dfrac{1}{4}$.
   b) Dans une réduction de coefficient k, les longueurs sont multipliées par k, les aires par k^2 et les volumes par k^3

Le cône C_2 est une réduction du cône C_1 dont le volume est égal à 64π, donc le volume de C_2 est égal à $64\ \pi \times \left(\frac{1}{4}\right)^3 = 64\ \pi \times \frac{1}{64} = \pi$ (en cm^3).

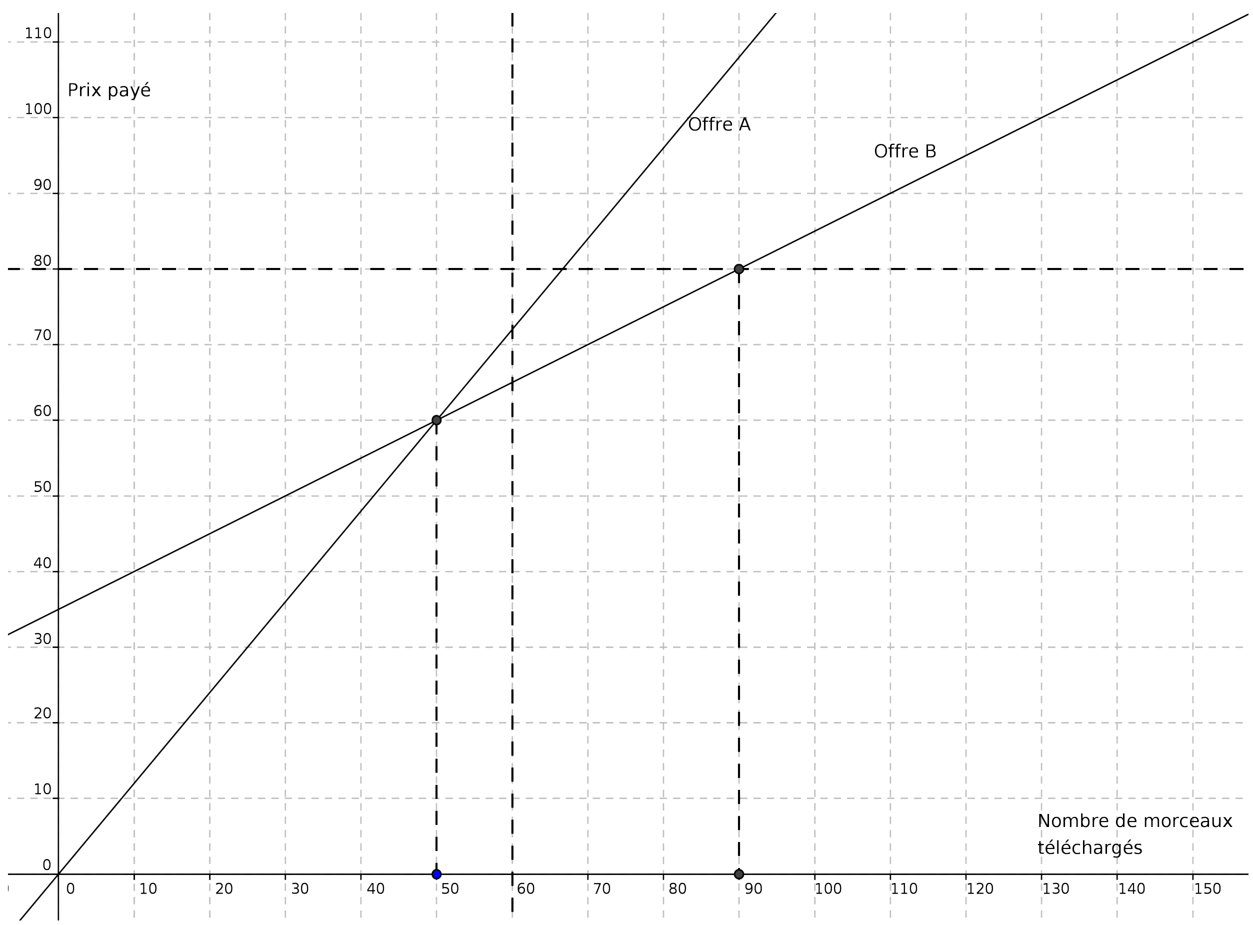
3. a) Le volume d'eau contenue dans le récipient s'obtient donc en déduisant le volume de C_2 à celui de C_1, c'est-à-dire : $64\pi\ - \pi = 63\pi$.
   b) La valeur approchée de ce volume d'eau est de 198 cm^3.
4. Un litre d'eau équivaut à 1 dm^3. Donc 198 cm^3 équivalent à 0,198 L d'eau, ce volume n'est donc pas supérieur à 0,2 litres.

PROBLÈME

PARTIE 1

1. Pour 30 morceaux téléchargés par an, l'offre A coûte 30 × 1,20 € = 36 €, alors que l'offre B coûte 35 €+ 30 × 0,50 € = 50 €.
2. a) Si *x* désigne le nombre de morceaux téléchargés, le prix avec l'offre A est de 1,20 *x*,
   b) le prix avec l'offre B est de 0,5 *x* + 35.
3. a) La fonction *f* est du type *ax*, c'est donc une fonction linéaire ; la fonction *g* est du type *ax*+*b* avec *b* non nul donc ce n'est pas une fonction linéaire mais affine. L'affirmation est donc fausse.

   b)



4. Par lecture graphique, les prix sont les mêmes pour 50 morceaux téléchargés (abscisse du point d'intersection des deux droites représentatives des fonctions *f* et *g*).

5. Par lecture graphique, si on trace la droite verticale coupant l'axe des abscisse au point d'abscisse 60, on voit que la première droite rencontrée est la droite représentative de la fonction g correspondant à l'offre B. Donc l'offre la plus avantageuse pour 60 morceaux téléchargés est l'offre B.
6. Par lecture graphique, si on trace la droite horizontale coupant l'axe des ordonnées au point d'ordonnée 80, on voit qu'elle coupe la droite représentative de la fonction g en un point d'abscisse 90 (voir les pointillés). Donc avec l'offre B, on peut télécharger 90 morceaux si on dépense 80 €.

PARTIE 2

1. $256 = 3 \times 85 + 1$
   Sur une clé USB de 256 Mo, on peut stocker 85 morceaux de musique.
2. Deux minutes représentent 120 s. Avec une vitesse de téléchargement de 10 Mo/s, on peut donc télécharger $10 \times 120 = 1200$ Mo.
   Chaque morceau de musique représente 3 Mo, donc en 2 minutes, on peut télécharger $1\,200 \div 3 = 400$ morceaux.

PARTIE 3

1. Note moyenne obtenue par le site :
   $$\frac{6\times 1+8\times 5+10\times 7+12\times 8+14\times 12+15\times 9+17\times 8}{1+5+7+8+12+9+8}=\frac{651}{50}=13{,}02$$
   En arrondissant à l'unité, la note moyenne est de 13.
2. D'après le tableau, il y a 12 + 9 + 8 = 29 internautes qui ont donné une note supérieure ou égale à 14, sur un total de 50 votants. Or, $\frac{29}{50}=\frac{58}{100}=58\%$, donc l'enquête est jugée satisfaisante puisque plus de 55% des internautes ont donné une note supérieure ou égale à 14.