Brevet de Mathématiques
Métropole, Juin 2011 - Correction

Activités Numériques

Exercice 1.

1. a) La fréquence d'apparition du jaune est : $\boxed{\frac{20}{100} = 20\%}$.

   b) La fréquence d'apparition du noir est : $\boxed{\frac{30}{100} = 30\%}$.

2. a) La probabilité d'obtenir le jaune est : $\boxed{P(J) = \frac{1}{6} \approx 16{,}67\ \%}$

   a) La probabilité d'obtenir le noir est : $\boxed{P(N) = \frac{2}{6} \approx 33{,}33\ \%}$

3. Les écarts obtenus proviennent du fait que l'expérience aléatoire doit être répétée un très grand nombre de fois pour que la fréquence soit, en théorie, assez proche de la probabilité calculée.

Exercice 2.

Soit x le prix d'un triangle en verre, et y celui d'un triangle en métal.

Le bijou n°1 est composé de 4 triangles en verre et 4 en métal soit : $4x + 4y = 11\ euros.$

Le bijou n°2 est composé de 6 triangles en verre et 2 en métal soit : $6x + 2y = 9{,}10\ euros.$

Il suffit donc de résoudre le système :

$$(S) : \begin{cases} 4x + 4y = 11 \ \ (E1) \\ 6x + 2y = 9{,}10 \ \ (E2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x + 4y = 11 & (E1) \\ 12x + 4y = 18{,}20 & 2 \times (E2) \end{cases}$$

$$(E1) - 2 \times (E2) \ : \ -8x = -7{,}20$$

$$et\ donc\ le\ prix\ d'un\ triangle\ en\ verre\ est\ : \boxed{x = \frac{7{,}2}{8} = 0{,}9\ euros}$$

$$et\ celui\ d'un\ triangle\ en\ métal\ est \boxed{:\ y = \frac{11 - 4x}{4} = 1{,}85\ euros}$$

Le prix du bijou n°3 est donc : $\boxed{5x + 3y = 5 \times 0{,}9 + 3 \times 1{,}85 = \mathbf{10{,}05\ euros}}$

Exercice 3.

1. **Affirmation 1** :
   Cette affirmation est fausse car par exemple pour $a = 1$ on a :

$$\begin{cases} (2a + 3)^2 = 5^2 = 25 \\ 4a^2 + 9 = 4 + 9 = 13 \end{cases}$$

On a bien sur avec les identités remarquables : $\boxed{(2a+3)^2 = 4a^2 + 12a + 9}$

Affirmation 2 :

Cette affirmation est fausse car par exemple si on fait une augmentation de 20% de 100 on obtient 120, et suivit d'une baisse de 20% cela donne : $120 \times 0{,}8 = 96$.

En général, si P est le prix de départ on obtient donc :

$$Prix\ final = P \times 1{,}2 \times 0{,}8 = P \times 0{,}96$$

Ce qui correspond à une baisse de 4%.

2. **Egalité 1** : Cette égalité est vraie.

$$\boxed{\frac{\sqrt{32}}{2} = \frac{\sqrt{16 \times 2}}{2} = \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}}$$

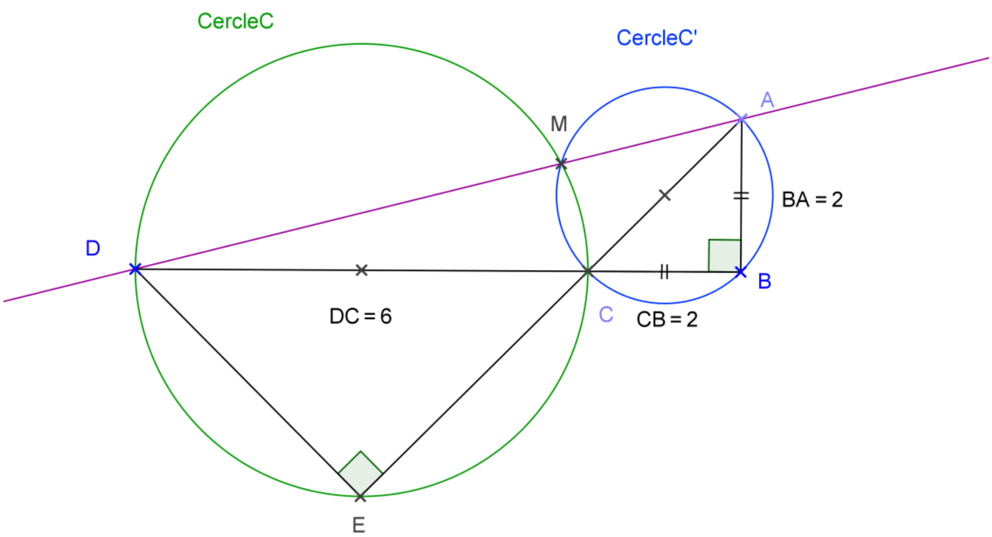
Egalité 2 : Cette égalité est fausse.

Par contre on a : $\boxed{10^5 \times 10^{-5} = 10^{5-5} = 10^0 = 1}$

Activités Géométrique

Exercice 1.

1. Figure en vraie grandeur.



2. a) Le triangle ABC est isocèle en B et rectangle en B donc :

$$\boxed{\widehat{ACB} = \widehat{BAC} = \frac{90°}{2} = 45°}$$

b) Les angles $\widehat{ACB}\ et\ \widehat{DCE}$ sont opposés par le sommet, donc ils ont la même mesure soit : $\boxed{\widehat{ACB} = \widehat{DCE} = 45°}$

3. DCE est rectangle en E donc :

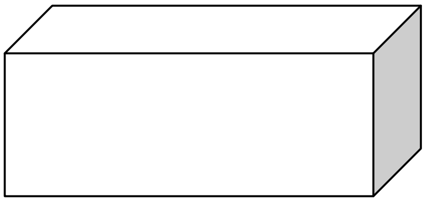
$$sin\left(\widehat{DCE}\right) = \frac{DE}{DC} = \frac{DE}{6}$$

$$\boxed{DE = 6 \times sin(45°) \approx 4{,}2\ cm \text{ à } 0{,}1\ cm\ près.} \quad (DE \approx 4{,}2426 \dots)$$

4. Puisque DCE est rectangle en E, son cercle circonscrit $\mathcal{C}$ est le cercle de diamètre [DC]. De même, le cercle $\mathcal{C}'$ circonscrit à ABC est celui de diamètre [AC].
5. Le point M appartient au cercle de diamètre [DC] donc le triangle DMC est rectangle en M. De même, le point M appartient aussi au cercle de diamètre [AC] donc CMA rectangle en M.
   De ce fait : $\widehat{DMA} = \widehat{DMC} + \widehat{CMA} = 90° + 90° = 180°$
   L'angle $\widehat{DMA}$ est plat et les points D, A et M sont donc alignés.

Exercice 2.

1. Pavé droit en perspective cavalière.



2. a) $\boxed{V_1 = 40cm \times 20cm \times 30cm = 24\,000\ cm^3}$
   b) Cet aquarium peut donc contenir $\boxed{24\ litres}$.
3. $\boxed{V(Boule) = \frac{4}{3} \times \pi \times 15^3}$
4. $V_2 = \frac{3}{4} \times V(Boule) = \frac{3}{4} \times \frac{4}{3} \times \pi \times 15^3 = \pi \times 15^3\ soit\ \boxed{V_2 \approx 10\,602{,}88\ cm^3}$
   La base du pavé droit mesure : $Aire(Base) = 40cm \times 20cm = 800\ cm^2$.
   Donc puisque : $\frac{V_2}{800} \approx 13{,}2535\ cm$, **l'eau montera à environ** : $\boxed{13{,}3cm}$

Problème Partie 1

1. a) C'est **en 1999** qu'il y a eu le plus de précipitations.
   b) En 2009, il est tombé : 867 $litres\ par\ m^2$

$$soit\ \boxed{867 \times 5 = \mathbf{4\,335\ litres}\ sur\ une\ surface\ de\ 5\ m^2}.$$

2. La quantité moyenne d'eau tombée en 1 an est :

$$\boxed{\overline{m} = \frac{1\,087 + 990 + \cdots + 867}{11} = \frac{9\,004}{11} \approx 818{,}5\ litres.}$$

3. La surface au sol est de : $\boxed{S = 10m \times 13{,}9m = 139\ m^2}$
4. $V = P \times S \times 0{,}9 = 867 \times 139 \times 0{,}9 = \boxed{108\,461{,}7\ litres \approx 108\ m^3}$

Partie 2

1. L'eau utilisée pour les WC représente $\boxed{\frac{41}{115} \approx 35{,}65\%}$ par rapport à la consommation totale.
2. La consommation de la famille st de : $115 \times 4 \times 365 = 167\,900\ litres$.
   Les besoins en eau de pluie sont donc de :

$$\boxed{167\,900\ \times 60\%\ litres = 100\,740\ litres \approx 101\ m^3}$$

3. En 2009, on pouvait récupérer 108 m^3 donc cela suffisait.

Partie 3

1. a) Par lecture graphique, le prix payé pour $100\ m^3$ d'eau est de **250 euros**.

   b) La courbe représentative de la fonction p est une droite qui passe par l'origine, donc la fonction p est linéaire et est donc de la forme : $p(x) = ax$.

   De plus, d'après la question précédente, l'image de 100 par p est 250 de ce fait :

   $$p(100) = a \times 100 = 250.$$

   Donc $a = \frac{250}{100} = 2{,}5$ et p est définie par : $\boxed{p(x) = 2{,}5x}$.

2. En notant q la fonction qui représente le prix total on a : $\boxed{q(x) = 2{,}5x + 50}$

q est une fonction affine, sa courbe représentative est donc une droite et 2 points suffisent pour la tracer : Cq est donc la droite (AB) avec :

x	0	100
$q(x) = 2{,}5x + 50$	50	300
Points de la droite Cq	$A(0;50) \in Cq$	$B(100:300) \in Cq$

3. On a : $\frac{910}{250} = 3{,}64$

   De ce fait, après 4 ans, les économies réalisées pourront compenser l'achat de la citerne.

   (La famille aura réalisé : $4 \times 250 - 910 = 90\ euros$ d'économies réelles)