

## CORRIGÉ

### ACTIVITES NUMERIQUES

#### Exercice 1:

1/ L'algorithme d'Euclide donne :  
 $1053 = 325 \times 3 + 78$   
 $325 = 78 \times 4 + 13$   
 $78 = 6 \times 13 + 0$   
 Donc  $\text{pgcd}(1053 ; 325) = 13$ .  
 Donc la fraction est rendue irréductible en la simplifiant par 13 :  
 $\frac{325}{1053} = \frac{325 : 13}{1053 : 13} = \frac{25}{81}$

2/ Le nombre  $\frac{325}{1053} = \frac{25}{81}$  étant positif, l'équation  $x^2 = \frac{325}{1053}$  admet deux solutions, les nombres :  
 $\sqrt{\frac{25}{81}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{81}} = \frac{5}{9}$   
 et  $-\sqrt{\frac{25}{81}} = -\frac{\sqrt{25}}{\sqrt{81}} = -\frac{5}{9}$

3/  $A = \sqrt{1053} - 3\sqrt{325} + 2\sqrt{52}$   
 $A = \sqrt{81 \times 13} - 3\sqrt{25 \times 13} + 2\sqrt{4 \times 13}$   
 $A = \sqrt{81} \times \sqrt{13} - 3 \times \sqrt{25} \times \sqrt{13} + 2 \times \sqrt{4} \times \sqrt{13}$   
 $A = 9\sqrt{13} - 3 \times 5\sqrt{13} + 2 \times 2\sqrt{13}$   
 $A = 9\sqrt{13} - 15\sqrt{13} + 4\sqrt{13}$   
 $A = (9 - 15 + 4)\sqrt{13}$   
 $A = -2\sqrt{13}$

#### Exercice 2:

1/ a/  $E = (x - 3)^2 - (x - 1)(x - 2)$   
 $E = (x^2 - 2 \times x \times 3 + 3^2) - (x^2 - 2x - x + 2)$   
 $E = x^2 - 6x + 9 - (x^2 - 3x + 2)$   
 $E = x^2 - 6x + 9 - x^2 + 3x - 2$   
 $E = 7 - 3x$

1/ b/  $99997^2 - 99999 \times 99998$   
 $= (100\,000 - 3)^2 - (100\,000 - 1)(100\,000 - 2)$   
 $= 7 - 3 \times 100\,000$   
 $= -299\,993$

2/ a/  
 $F = (4x + 1)^2 - (4x + 1)(7x - 6)$   
 $F = (4x + 1)[(4x + 1) - (7x - 6)]$   
 $F = (4x + 1)[4x + 1 - 7x + 6]$   
 $F = (4x + 1)(7 - 3x)$

2/ b/  $(4x + 1)(7 - 3x) = 0$   
*Si un produit de facteurs est nul, alors un de ses facteurs est nul*  
 Donc,  $4x + 1 = 0$  ou  $7 - 3x = 0$   
 Donc,  $4x = -1$  ou  $-3x = -7$   
 Donc,  $x = -\frac{1}{4}$  ou  $x = \frac{7}{3}$   
 L'équation admet deux solutions :  $-\frac{1}{4}$  et  $\frac{7}{3}$ .

#### Exercice 3:

1/ En notant x le prix d'un tee-shirt et y celui d'un jean, on obtient :

$$\begin{cases} 5x + 2y = 680 \\ 4x + y + 600 = 1060 \end{cases} \text{ donc } \begin{cases} 5x + 2y = 680 \\ 4x + y = 1060 - 600 \end{cases} \text{ donc } \begin{cases} 5x + 2y = 680 \\ 4x + y = 460 \end{cases}$$

Par substitution, en isolant y dans la deuxième équation, on obtient :

On a : $\begin{cases} 5x + 2y = 680 \\ y = 460 - 4x \end{cases}$	Donc, $\begin{cases} -3x = 680 - 920 \\ y = 460 - 4x \end{cases}$	Donc, $\begin{cases} x = 80 \\ y = 460 - 4x \end{cases}$
Donc, $\begin{cases} 5x + 2(460 - 4x) = 680 \\ y = 460 - 4x \end{cases}$	Donc, $\begin{cases} -3x = -240 \\ y = 460 - 4x \end{cases}$	Donc, $\begin{cases} x = 80 \\ y = 460 - 4 \times 80 \end{cases}$
Donc, $\begin{cases} 5x + 920 - 8x = 680 \\ y = 460 - 4x \end{cases}$	Donc, $\begin{cases} x = -240 : (-3) \\ y = 460 - 4x \end{cases}$	Donc, $\begin{cases} x = 80 \\ y = 140 \end{cases}$

Le système admet une seule solution : le couple (80 ; 140).

Le prix d'un tee-shirt est 80F et y celui d'un jean 140F

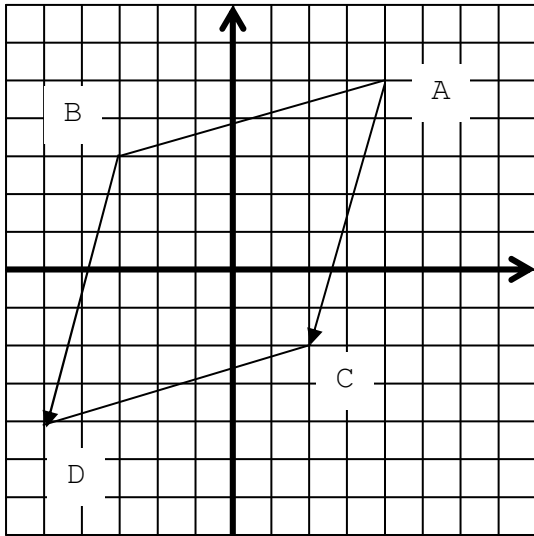
2/ a/ Sur les 15 400 visiteurs, 9009 sont venus le dimanche, soit :  $\frac{9009 \times 100}{15400} = 58,5\%$ .

b/ 15 400 personnes réparties sur 5 jours donne en moyenne  $\frac{15400}{5} = 3080$  visiteurs par jour.

## TRAVAUX GEOMETRIQUES

### Exercice 1:

1/ a/



b/ On applique la formule :  $AB =$

$$\sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

$$\text{Donc } AB = \sqrt{(-7)^2 + (-2)^2} = \sqrt{49 + 4} = \sqrt{53}.$$

De même on trouve  $BC = \sqrt{50}$  et  $AC = \sqrt{50} (= 2\sqrt{5})$ .

$AC = BC (= \sqrt{50})$  donc le triangle ABC est isocèle en C.

2/ Calcul des coordonnées du point D : On a  $\vec{AC} = \vec{BD}$ ,

$$\text{donc } \begin{cases} x_C - x_A = x_D - x_B \\ y_C - y_A = y_D - y_B \end{cases} \text{ donc } \begin{cases} 2 - 4 = x_D - (-3) \\ -2 - 5 = y_D - 3 \end{cases}$$

$$\text{donc } \begin{cases} x_D = -2 - 3 = -5 \\ y_D = -7 + 3 = -4 \end{cases}$$

Les coordonnées du point D sont  $(-5 ; -4)$ .

3/ On a  $\vec{AC} = \vec{BD}$ , donc ABDC est un parallélogramme. D'après 1/b/, il possède deux côtés consécutifs de même longueur, c'est donc un losange.

### Exercice 2:

1/  $OI = h - R = 19,2 - 12 = 7,2$ .

Dans le triangle OIA rectangle en I, le théorème de Pythagore donne :  $OA^2 = OI^2 + IA^2$ .

Donc  $IA^2 = 12^2 - 7,2^2 = 92,16$  et  $IA = \sqrt{92,16} = 9,6$  cm.

2/  $V = \frac{\pi h^2}{3}(3R - h) = \frac{\pi \times 19,2^2}{3}(3 \times 12 - 19,2) = 2064,384\pi \approx 6485$  cm<sup>3</sup> (soit environ 6,5l).

3/ On doit avoir  $6000 = 24 \times 26 \times x$ . Soit  $x = \frac{6000}{26 \times 24} = \frac{6000}{624} \approx 9,6$  cm.

## PROBLEME

I

1/ Voir figure à la fin du corrigé.

2/ ABC est un triangle dont un des côté [AB] est un diamètre du cercle dans lequel il est inscrit, c'est donc un triangle rectangle.

3/ Dans le triangle ABC rectangle en C,  $\cos \widehat{BAC} = \frac{AC}{BC} = \frac{AC}{12}$ .

Dans le triangle AHC rectangle en H,  $\cos \widehat{BAC} = \frac{AH}{AC} = \frac{1}{AC}$  ②.

Donc  $\frac{AC}{12} = \frac{1}{AC}$  et  $AC \times AC = 12 \times 1$  et  $AC^2 = 12$ . Finalement  $AC = \sqrt{12} = \sqrt{4 \times 3} = 2\sqrt{3}$

De ②, on tire  $\widehat{BAC} = \cos^{-1} \frac{1}{2\sqrt{3}} \approx 73^\circ$ .

II

1/ b/ Dans le triangle ADC rectangle en C,  $\tan \widehat{ADC} = \frac{AC}{DC} = \frac{2\sqrt{3}}{6}$  donc  $\widehat{ADC} = \tan^{-1} \left( \frac{\sqrt{3}}{3} \right) = 30^\circ$ .

Dans le triangle ADC d'hypoténuse [AD] le théorème de Pythagore donne :

$$AD^2 = AC^2 + DC^2 = 12 + 36 \text{ donc } AD = \sqrt{48} = \sqrt{16 \times 3} = 4\sqrt{3}.$$

2/ b/ Les deux droites (DC) et (EF) coupées par la sécante (AD) forment deux angles correspondants  $\widehat{CDA}$  et  $\widehat{AEF}$  égaux (tous deux égaux à  $30^\circ$ ) donc ces droites sont parallèles.

c/ (DE) et (CF) sont sécantes en A et (DC) // (EF), donc d'après la propriété de Thalès :

$$\frac{AD}{AE} = \frac{AC}{AF} \left( = \frac{CD}{EF} \right). \text{ Donc : } \frac{4\sqrt{3}}{2} = \frac{2\sqrt{3}}{AF} \text{ et } AF = \frac{2 \times 2\sqrt{3}}{4\sqrt{3}} = 1 \text{ cm.}$$

3/  $EF = AK = 1 \text{ cm}$  et  $(FH) \perp (AC)$  et  $(KH) \perp (AB)$  donc  $K$  appartient à la bissectrice de l'angle  $\widehat{CAB}$ .

