ACTIVITES NUMERIQUES
(12 points)

Exercice 1 :

1. $(3x + 5)^2 = (3x)^2 + 2 \times 3x \times 5 + 5^2 = \boxed{9x^2 + 30x + 25}$
2. $4(4 + 1) = 20$
   $(4 + 1)(4 - 2) = 10$
   $(4 + 1)^2 = 25$
   Donc la bonne réponse est $\boxed{(x + 1)(x - 2)}$
3. $\dfrac{\sqrt{48}}{2} = \dfrac{\sqrt{16 \times 3}}{2}$
   $\dfrac{\sqrt{48}}{2} = \dfrac{4\sqrt{3}}{2}$
   $\dfrac{\sqrt{48}}{2} = \boxed{2\sqrt{3}}$
4. $2x - (8 + 3x) = 2$
   $2x - 8 - 3x = 2$
   $-x = 2 + 8$
   $x = \boxed{-10}$
5. En $3^{\text{ème}}$ A : $30 \times \dfrac{40}{100} = 12$ filles
   En $3^{\text{ème}}$ AB : $20 \times \dfrac{60}{100} = 12$ filles
   Donc au total, il y a 24 filles pour 50 élèves
   D'où : un pourcentage de : $\dfrac{24}{50} = \dfrac{48}{100} = \boxed{48\%\text{ de filles}}$

exercice 2

1. Si on choisit : – 2
   $-2 + 4 = 2$
   $2 \times (-2) = -4$
   $-4 + 4 = 0$
   Le résultat est 0

2. Si on choisit : 5
   $5 + 4 = 9$
   $9 \times 5 = 45$
   $45 + 4 = 49$
   Le résultat est 49

3. **a)** Si on choisit : 3
   $3 + 4 = 7$
   $7 \times 3 = 21$
   $21 + 4 = 25$
   $25 = 5^2$
   Le résultat est 5^2

   Si on choisit : 0
   $0 + 4 = 4$
   $4 \times 0 = 0$
   $0 + 4 = 4$
   $4 = 2^2$
   Le résultat est 2^2

b) Pour un nombre x, le programme est :

$P = (x + 4)x + 4$

$P = x^2 + 4x + 4$

$P = (x + 2)^2$

Donc, si on choisit un entier x, alors x + 2 est aussi un entier, et le résultat est le carré d'un entier

4. On veut :

$$P = 1$$
$$(x + 2)^2 = 1$$
$$(x + 2)^2 - 1 = 0$$
$$(x + 2 - 1)(x + 2 + 1) = 0$$
$$(x + 1)(x + 3) = 0$$

$x + 1 = 0$ ou $x + 3 = 0$

$x = -1$ ou $x = -3$

On doit donc choisir − 1 ou − 3

ACTIVITES GEOMETRIQUES
(12 points)

Exercice 1 :

1. a) Dans le triangle ABC, le plus grand côté est [AC].
D'une part $AC^2 = 15^2 = 225$ D'autre part $AB^2 + BC^2 = 9^2 + 12^2 = 81 + 144 = 225$
Donc $AC^2 = AB^2 + BC^2$
D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en B.

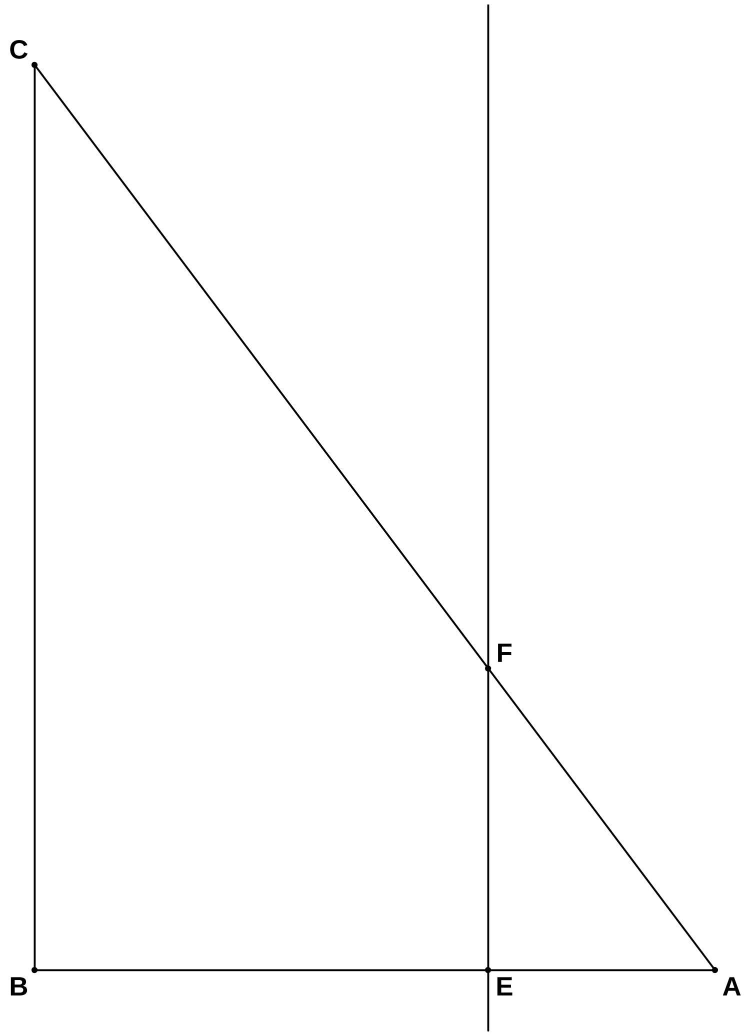
b) Voir figure en fin d'exercice.

2. a) Voir figure en fin d'exercice

b) Dans le triangle ABC, les points A, E, B d'une part et A, F, C d'autre part sont alignés dans le même ordre.
On a de plus : $\dfrac{AE}{AB} = \dfrac{3}{9} = \dfrac{1}{3}$ et $\dfrac{AF}{AC} = \dfrac{5}{15} = \dfrac{1}{3}$
Donc $\dfrac{AE}{AB} = \dfrac{AF}{AC}$
D'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (EF) et (BC) sont parallèles.

3. On a $\dfrac{AE}{AB} = \dfrac{1}{3}$ donc $AE = \dfrac{1}{3}AB$
On a $\dfrac{AF}{AC} = \dfrac{1}{3}$ donc $AF = \dfrac{1}{3}AC$.
Donc le triangle AEF est une réduction du triangle ABC. Le coefficient de réduction est $\dfrac{1}{3}$.
Donc l'aire du triangle AEF est égale à l'aire du triangle ABC multipliée par $\left(\dfrac{1}{3}\right)^2$ soit $\dfrac{1}{9}$.

Aire du triangle ABC : $A_{ABC} = \dfrac{AB \times BC}{2} = \dfrac{12 \times 9}{2} = 54 \text{ cm}^2$
Donc $\mathbf{A_{AEF}} = \dfrac{1}{9} \times 54 = \mathbf{6\ cm^2}$
<u>Autre résolution :</u>
(EF) // (BC) et (AB) $\perp$ (AC) donc (EF) $\perp$ (AE).
Le triangle AEF est un triangle rectangle en E.
Appliquons le théorème de Pythagore dans ce triangle.
$AF^2 = EF^2 + EA^2$
$5^2 = EF^2 + 3^2$
$EF^2 = 25 - 9$
EF = 4 cm.
L'aire du triangle AEF est : $\dfrac{EF \times EA}{2} = \dfrac{4 \times 3}{2} = \mathbf{6\ cm^2}$**.**



Exercice 2 :

1. Comme le point D est le point diamétralement opposé au point B, les points A, B, et D sont situés sur un même cercle de diamètre [BD].
Donc le triangle ABD est inscrit dans un cercle dont un des côtés est le diamètre.
Donc le triangle ABD est rectangle en A.

2. On sait que le point O est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC, donc le point O est le point de concourt des médiatrices du triangle.
Donc la droite (BO) est la médiatrice du segment [AC].

Comme ABC est équilatéral, les médiatrices du triangle sont aussi des bissectrices.
Donc la droite (BO) est la bissectrice de l'angle $\widehat{ABC}$.

Comme le point D est le point diamétralement opposé au point B, il appartient à la droite (BO).
Donc la droite (BD) est la bissectrice de l'angle $\widehat{ABC}$.
On en déduit que : $\widehat{ABD} = \frac{1}{2}\widehat{ABC}$
On a $\widehat{ABC} = 60$ ° car le triangle ABC est équilatéral. Donc $\widehat{ABD} = 30$ °.

Dans un triangle la somme des angles d'un triangle est de 180°.
Par conséquent $\widehat{BDA}$ = 180 – 60 – 90 = 60°.   **$\widehat{BDA}$ = 60 °**

<u>Autre résolution :</u>

$\widehat{BCA}$ et $\widehat{BDA}$ interceptent le même arc $\overset{\frown}{BA}$ donc les angles sont égaux.
$\widehat{BCA} = \widehat{BDA}$
On a $\widehat{BCA}$ = 60 ° car le triangle ABC est équilatéral.
Donc **$\widehat{BDA}$ = 60°.**

3. E est l'image D par la translation de vecteur $\overrightarrow{OC}$. Donc OCED est un parallélogramme.
De plus OD = OC car D et C appartiennent au même cercle de centre O donc OCED est un losange.
Les diagonales d'un losange sont perpendiculaires donc **(DC) et (OE) sont perpendiculaires**.

PROBLEME
(12 points)

Partie I

1. IEAB est un rectangle, donc : IB = AE
Or AE = 2 , donc : IB = 2
I est un point du segment [HB], donc : HI = HB − IB
HI = 5 − 2
HI = 3 m

2. HIE est un triangle rectangle en I, donc d'après le théorème de Pythagore :
$HE^2 = IH^2 + IE^2$
or IEAB est un rectangle donc IE = AB d'où : IE = 2,25 m
$HE^2 = 3^2 + 2{,}25^2$
$HE^2 = 14{,}0625$
$HE = \sqrt{14{,}0625}$
HE = 3,75 m

3. IHE est un triangle rectangle en I, donc :
$\cos \widehat{IHE} = \dfrac{IH}{HE}$
$\cos \widehat{IHE} = \dfrac{3}{3{,}75}$
$\cos \widehat{IHE} = 0{,}8$
$\widehat{IHE} = 37°$ au degré près

Partie II

1. IHE est rectangle en I donc dans le triangle IHE, on a :
$\widehat{HIE} = 90°$ et $\widehat{IHE} = 45°$
Or la somme des angles dans un triangle est égale à 180°, donc : $\widehat{IEH} = 45°$
Les angles $\widehat{IHE}$ et $\widehat{IEH}$ sont égaux, donc le triangle est isocèle et rectangle en I.

2. Le triangle IHE est isocèle donc : HI = IE.
Or : IE = AB d'où : **HI = 2,25 m**
IB = HB − HI
IB = 5 − 2,25
IB = 2,75
Or AE = IB, donc : **AE = 2,75 m**

Partie III

1. IEH est rectangle en I, donc : $\tan \widehat{IHE} = \dfrac{IE}{HI}$

$$HI = \frac{IE}{\tan \widehat{IHE}}$$

$$HI = \frac{2,25}{\tan 60°}$$

HI = 1,30 m au cm près.

2. IB = HB − HI
IB = 5 − 1,30
IB = 3,7
Or IB = AE, donc : **AE = 3,70** m

Partie IV

Une mesure possible de l'angle $\widehat{IHE}$ est **50°**