Activités Numériques : sur 12 points

Exercice 1 :

1. A $= \dfrac{7}{3} - \dfrac{2}{3} \div \dfrac{8}{7}$

$= \dfrac{7}{3} - \dfrac{2}{3} \times \dfrac{7}{8}$

$= \dfrac{7}{3} - \dfrac{2 \times 7}{3 \times 4 \times 2}$

$= \dfrac{7}{3} - \dfrac{7}{12}$

$= \dfrac{7 \times 4}{3 \times 4} - \dfrac{7}{12}$

$= \dfrac{28}{12} - \dfrac{7}{12}$

$= \dfrac{21}{12}$

$= \dfrac{3 \times 7}{3 \times 4}$

$= \mathbf{\dfrac{7}{4}}$

2. B $= \sqrt{12} - 7\sqrt{3} - \sqrt{75}$

$= \sqrt{4 \times 3} - 7\sqrt{3} - \sqrt{25 \times 3}$

$= \sqrt{4} \times \sqrt{3} - 7\sqrt{3} - \sqrt{25} \times \sqrt{3}$

$= 2\sqrt{3} - 7\sqrt{3} - 5\sqrt{3}$

$\mathbf{= -10\sqrt{3}}$

3. C $= \dfrac{0{,}3 \times 10^{2} \times 5 \times 10^{-3}}{4 \times 10^{-4}}$

$= \dfrac{3 \times 10^{-1} \times 10^{2} \times 5 \times 10^{-3}}{4 \times 10^{-4}}$

$= \dfrac{3 \times 5}{4} \times \dfrac{10^{-1+2-3}}{10^{-4}}$

$= \dfrac{15}{4} \times \dfrac{10^{-2}}{10^{-4}}$

$= 3{,}75 \times 10^{-2+4}$

$\mathbf{= 3{,}75 \times 10^{2}}$

Exercice 2 :

1. E $= (3x + 2)^2 - (5 - 2x)(3x + 2)$

$= (3x)^2 + 2 \times 2 \times 3x + 2^2 - (5 \times 3x + 5 \times 2 - 2x \times 3x - 2 \times 2x)$

$= 9x^2 + 12x + 4 - (15x + 10 - 6x^2 - 4x)$

$= 9x^2 + 12x + 4 - 11x - 10 + 6x^2$

$\mathbf{= 15x^2 + x - 6}$

2. E $= (3x + 2)^2 - (5 - 2x)(3x + 2)$.

$= \underline{(3x + 2)}(3x + 2) - (5 - 2x)\underline{(3x + 2)}$

$= (3x + 2)[(3x + 2) - (5 - 2x)]$

$= (3x + 2)(3x + 2 - 5 + 2x)$

$\mathbf{= (3x + 2)(5x - 3)}$

3. Pour x = – 2, choissions la forme développée de E

$E = 15 \times (-2)^2 - 2 - 6$

$= 60 - 2 - 6$

$\mathbf{= 52}$

4. $(3x + 2)(5x - 3) = 0$.

Un produit de facteurs est nul si l'un au moins des facteurs est nul.

$x + 2 = 0$ ou $5x - 3 = 0$

$3x = -2$ ou $5x = 3$

$x = -\frac{2}{3}$ ou $x = \frac{3}{5}$

Les solutions de cette équation sont : $\mathbf{-\frac{2}{3}}$ **et** $\mathbf{\frac{3}{5}}$

Parmi ces 2 solutions, seul $\mathbf{\frac{3}{5}}$ **est un nombre décimal**.

Exercice 3 :

1. Pour savoir si le couple (x = 2 ; y = 0,5) est solution de ce système, on remplace x par 2 et y par 0,5 dans chacune des 2 équations.

$2 \times 2 + 3 \times 0,5 = 5,5$

$3 \times 2 + 0,5 = 6,5$

Or $6,5 \neq 4,05$

Le couple (x = 2 ; y = 0,5) n'est donc solution de ce système.

2. $\begin{cases} 2x + 3y = 5,5 \\ 3x + y = 4,05 \end{cases}$

Résolvons ce système par substitution :

$$\begin{cases} 2x + 3y = 5,5 \\ 3x + y = 4,05 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 4,05 - 3x \\ 2x + 3(4,05 - 3x) = 5,5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 4,05 - 3x \\ 2x + 12,15 - 9x = 5,5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 4,05 - 3x \\ -7x = -6,65 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0,95 \\ y = 4,05 - 3 \times 0,95 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0,95 \\ y = 1,2 \end{cases}$$

Le couple (0,95 ; 1,2) est solution du système d'équations.

3. Soit x le prix d'un croissant et y celui d'un pain au chocolat.

Anatole achète 2 croissants et 3 pains au chocolat : il paie 5,50 € se traduit par :

$$2x + 3y = 5,50.$$

Béatrice achète 3 croissants et 1 pain au chocolat et paie 4,05 € se traduit par :

$$3x + y = 4,05$$

On retrouve le système de la question 2. donc x = 0,95 et y = 1,2.

Le prix d'un croissant est 0,95 €, celui d'un pain au chocolat 1,2 €

Activités Géométriques : sur 12 points

Exercice 1 :

1. Dans le triangle PMB, le plus grand côté est [PB].
D'une part PB² = $13,6^2$ = 184,96
D'autre part PM² + MB² = $12^2 + 6,4^2$ = 184,96

Donc PB² = PM² + MB²
D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle PMB est rectangle en M.

2. Dans le triangle PMB rectangle en M on a :

$$\cos \widehat{PBM} = \frac{BM}{BP} = \frac{6,4}{13,6} \approx 0,471$$

Soit $\mathbf{\widehat{PBM}}$ **= 62° au degré près.**

3. Dans les triangles PNS et PBM :
- les points S, P, B et N, P, M sont alignés dans le même ordre
- Les droites (MB) et (NS) sont parallèles.

D'après le théorème le Thalès : $\frac{PN}{PM} = \frac{PS}{PB} = \frac{NS}{MB}$ donc $\frac{9}{12} = \frac{PS}{13,6} = \frac{NS}{6,4}$

Par conséquent NS = $\frac{6,4 \times 9}{12}$ = **4,8 cm.**

4. On considère le point E du segment [PB] tel que PE = 3,4 cm et le point C du segment [PM] tel que PC = 3 cm.
Dans les triangles PEC et PBM :
- les points P, E, B et P, C, M sont alignés dans le même ordre

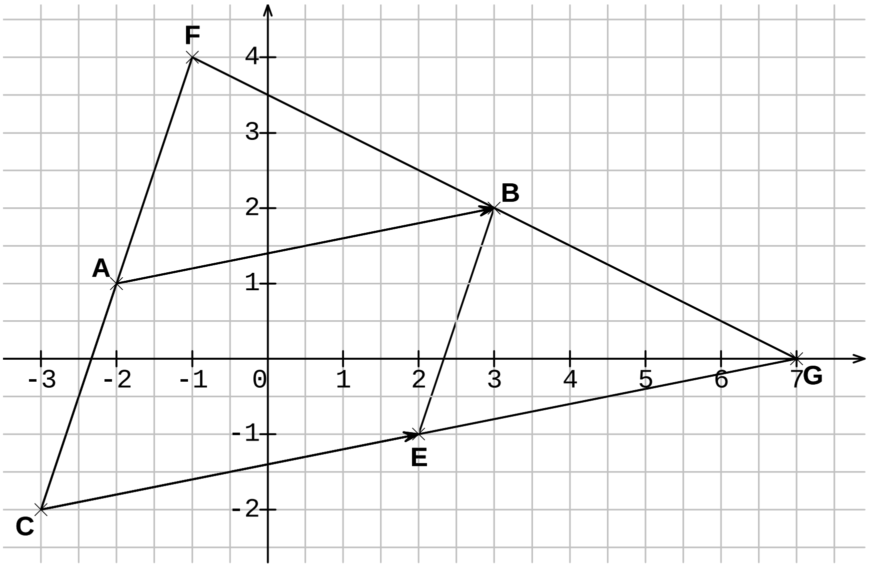
De plus $\frac{PE}{PB} = \frac{3,4}{13,6} = \frac{1}{4}$ et $\frac{PC}{PM} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

Donc $\frac{PE}{PB} = \frac{PC}{PM}$

D'après la réciproque du théorème de Thalès, **les droites (CE) et (MB) sont parallèles.**

<u>Exercice 2</u> :

1.



2. a. On a $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CE}$ donc le quadrilatère **ABEC est un parallélogramme.**

b. Graphiquement on lit que E a pour cordonnées : **E(2 ; –1)**

3. $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$
$= \sqrt{(3 + 2)^2 + (2 - 1)^2}$
$= \sqrt{25 + 1}$
$\mathbf{= \sqrt{26}\ cm}$

4. Pour montrer que F est le symétrique de C par rapport à A il faut montrer que A est le milieu de [FC].

Les coordonnées du milieu de [FC] sont $\left(\dfrac{x_F + x_C}{2}, \dfrac{y_F + y_C}{2}\right)$ soit (–2 ; 1) c'est donc le point A

Donc A est le milieu de [FC], donc **F est le symétrique de C par rapport à A.**

5. Les coordonnées du milieu de [FG] sont $\left(\dfrac{x_F + x_G}{2}, \dfrac{y_F + y_G}{2}\right)$ soit (3 ; 2) c'est donc le point B

Donc B est le milieu du segment [FG].

Dans le triangle FCG, B est le milieu de [FG] et A le milieu de [FC].

D'après le théorème des milieux, les droites (AB) et (CG) sont parallèles et $AB = \dfrac{1}{2}CG$.

Donc CG = 2 AB soit $\mathbf{CG = 2\sqrt{26}\ cm}$

Problème : sur 12 points

Partie A

1. On applique des formules de l'énoncé :

Aire de la base ABCD : $A_{ABCD} = \dfrac{(AD + BC) \times AB}{2}$

$= \dfrac{(1{,}80 + 0{,}80) \times 14}{2}$

$= 18{,}2\ m^2$

Volume de la piscine : $V = A_{ABCD} \times AE$

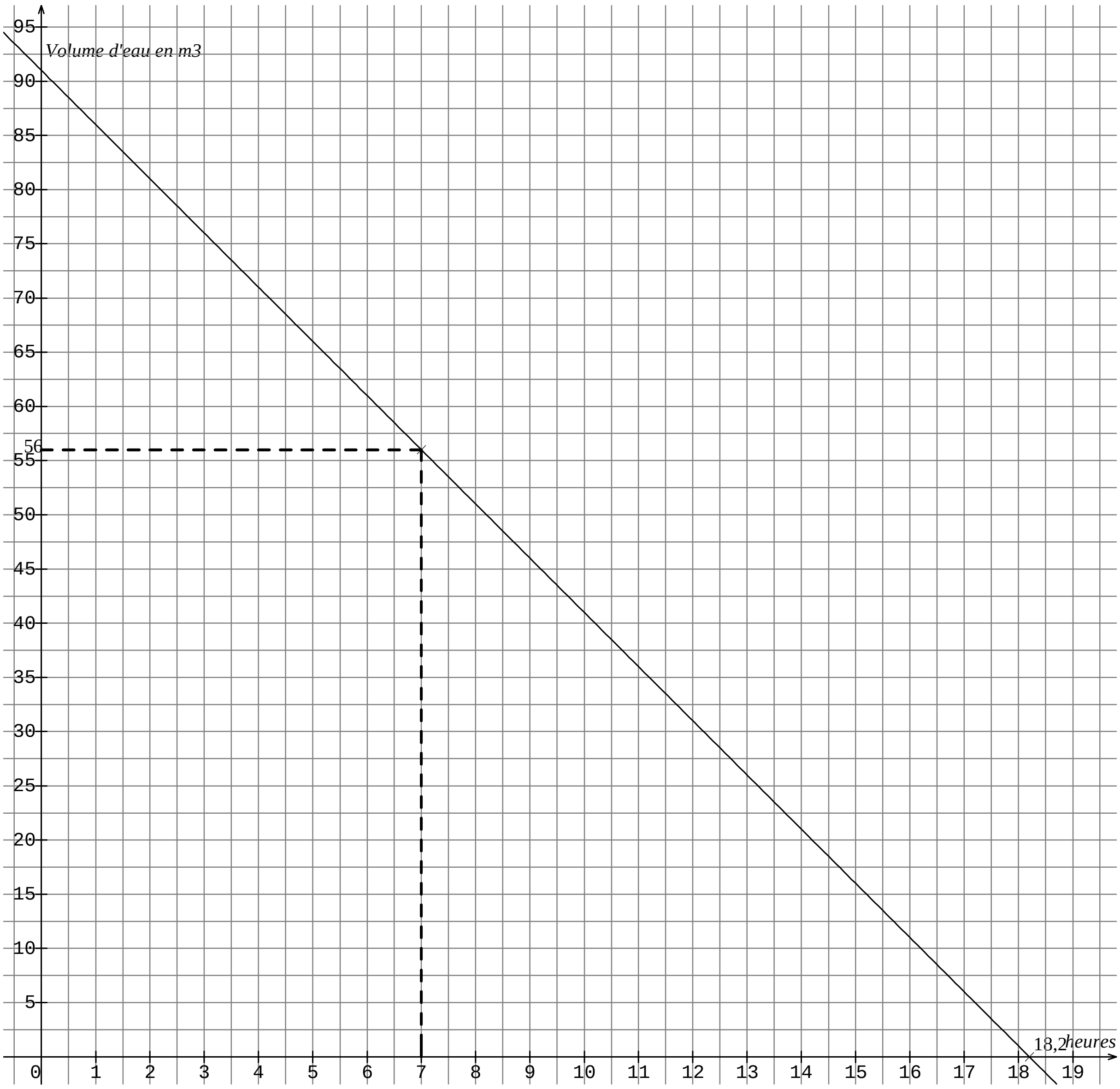
$= 18{,}2 \times 5$

$= $ **$91\ m^3$**

2. a. Au bout de 5h M Dujardin aura vidé : $5 \times 5 m^3$ soit $25\ m^3$ d'eau.

Il restera alors dans la piscine : $91 - 25$ soit **$66\ m^3$ d'eau**

b.



c. Par lecture graphique, le nombre d'heures nécessaires pour qu'il ne reste que 56m^3 d'eau dans cette piscine et 7 heures. (point de la droite d'ordonnée 56)

d. Par lecture graphique, le nombre d'heures nécessaires pour vider complètement la piscine est 18,2 h soit 18h et $\frac{0,2}{60}$ min soit 18h et 12 minutes (point de la droite d'ordonnée 0)

e. Nombre d'heures nécessaires pour vider complètement la piscine :
91 – 5x = 0 soit – 5x = – 91

$$x = \frac{91}{5}$$
$$x = 18,2$$
$$x = 18h\ \frac{0,2}{60}\ min$$
$$\mathbf{x = 18h\ 12\ min}$$

Partie B

1. IJ = AE + 2 × 1,25 soit **IJ = 7,5 m = 750 cm**
JK = AB + 2 × 1,25 soit **JK = 16,5 m = 1650 cm.**

2. *a* doit diviser à la fois IJ et JK soit 750 et 1650 et doit aussi être le plus grand possible.

a est donc le PGCD de 750 et de 1650.

3. On calcule *a* à l'aide de l'algorithme d'Euclide :
1650 = 750 × 2 + 150
750 = 150 × 5 + 0
Le dernier reste non nul est 150 donc ***a* = PGCD (1650,750) = 150**

4. $\frac{1650}{150} = 11$ et $\frac{750}{150} = 5$
Pour la longueur IJ, il faudra 5 panneaux, ainsi que pour la longueur KL
Pour la longueur JK, il faudra 11 panneaux, ainsi que pour la longueur IL.

Pour clôturer la piscine il faudra donc : 11 × 2 + 5 × 2 = **32 panneaux**